

## **Математика**

Содержание курсов математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов объединено как в исторически сложившиеся линии (числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная и др.), так и в относительно новые (стохастическая линия, «реальная математика»). Отдельно представлены линия сюжетных задач, историческая линия.

### **Элементы теории множеств и математической логики**

Согласно ФГОС основного общего образования в курс математики введен раздел «Логика», который не предполагает дополнительных часов на изучении и встраивается в различные темы курсов математики и информатики и предваряется ознакомлением с элементами теории множеств.

### **Множества и отношения между ними**

Множество, *характеристическое свойство множества*, элемент множества, *пустое, конечное, бесконечное множество*. Подмножество. Отношение принадлежности, включения, равенства. Элементы множества, способы задания множеств, *распознавание подмножеств и элементов подмножеств с использованием кругов Эйлера*.

### **Операции над множествами**

Пересечение и объединение множеств. *Разность множеств, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами с помощью кругов Эйлера*.

### **Элементы логики**

Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример.

### **Высказывания**

Истинность и ложность высказывания. *Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связей: и, или, не. Условные высказывания (импликация)*.

## **Содержание курса математики в 5–6 классах**

### **Натуральные числа и ноль**

#### **Натуральный ряд чисел и его свойства**

Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.

#### **Запись и чтение натуральных чисел**

Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.

### **Округление натуральных чисел**

Необходимость округления. Правило округления натуральных чисел.

### **Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0**

Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулем, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.

### **Действия с натуральными числами**

Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания.

Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия.

Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, *обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.*

### **Степень с натуральным показателем**

Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.

### **Числовые выражения**

Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.

### **Деление с остатком**

Деление с остатком на множестве натуральных чисел, *свойства деления с остатком.* Практические задачи на деление с остатком.

### **Свойства и признаки делимости**

Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. *Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости.* Решение практических задач с применением признаков делимости.

### **Разложение числа на простые множители**

Простые и составные числа, *решето Эратосфена.*

Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители.  
*Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики.*

### **Алгебраические выражения**

Использование букв для обозначения чисел, вычисление значения алгебраического выражения, применение алгебраических выражений для записи свойств арифметических действий, преобразование алгебраических выражений.

### **Делители и кратные**

Делитель и его свойства, общий делитель двух и более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.

### **Дроби**

#### **Обыкновенные дроби**

Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число).

Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот.

Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей.

Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление обыкновенных дробей.

Арифметические действия со смешанными дробями.

Арифметические действия с дробными числами.

*Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.*

#### **Десятичные дроби**

Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. *Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби.*

#### **Отношение двух чисел**

Масштаб на плане и карте. Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.

#### **Среднее арифметическое чисел**

Среднее арифметическое двух чисел. Изображение среднего арифметического двух чисел на числовой прямой. Решение практических задач с применением среднего арифметического. *Среднее арифметическое нескольких чисел.*

### **Проценты**

Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение несложных практических задач с процентами.

### **Диаграммы**

Столбчатые и круговые диаграммы. Извлечение информации из диаграмм. *Изображение диаграмм по числовым данным.*

### **Рациональные числа**

#### **Положительные и отрицательные числа**

Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.

**Понятие о рациональном числе.** *Первичное представление о множестве рациональных чисел.* Действия с рациональными числами.

#### **Решение текстовых задач**

**Единицы измерений:** длины, площади, объема, массы, времени, скорости. Зависимости между единицами измерения каждой величины. Зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; производительность, время, работа; цена, количество, стоимость.

#### **Задачи на все арифметические действия**

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

#### **Задачи на движение, работу и покупки**

Решение несложных задач на движение в противоположных направлениях, в одном направлении, движение по реке по течению и против течения. Решение задач на совместную работу. Применение дробей при решении задач.

#### **Задачи на части, доли, проценты**

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

#### **Логические задачи**

Решение несложных логических задач. *Решение логических задач с помощью графов, таблиц.*

**Основные методы решения текстовых задач:** арифметический, перебор вариантов.

### **Наглядная геометрия**

Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, *виды треугольников. Правильные многоугольники.* Изображение основных геометрических фигур. *Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности.* Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Построение отрезка заданной длины. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира.

Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенное измерение площади фигур на клетчатой бумаге. *Равновеликие фигуры.*

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. *Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники.* Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса.

Понятие объема; единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и *зеркальная* симметрии. Изображение симметричных фигур.

Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

### **История математики**

*Появление цифр, букв, иероглифов в процессе счета и распределения продуктов на Древнем Ближнем Востоке. Связь с Неолитической революцией.*

*Рождение шестидесятеричной системы счисления. Появление десятичной записи чисел.*

*Рождение и развитие арифметики натуральных чисел. НОК, НОД, простые числа. Решето Эратосфена.*

*Появление нуля и отрицательных чисел в математике древности. Роль Диофанта.*

Почему  $(-1)(-1) = +1$  ?

*Дроби в Вавилоне, Египте, Риме. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. Л. Магницкий.*

### **Содержание курса математики в 7–9 классах**

#### **Алгебра**

#### **Числа**

## **Рациональные числа**

Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. *Представление рационального числа десятичной дробью.*

## **Иррациональные числа**

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа  $\sqrt{2}$ . Применение в геометрии. *Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.*

## **Тождественные преобразования**

### **Числовые и буквенные выражения**

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

### **Целые выражения**

Степень с натуральным показателем и ее свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем.

Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращенного умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, *группировка, применение формул сокращенного умножения. Квадратный трехчлен, разложение квадратного трехчлена на множители.*

### **Дробно-рациональные выражения**

Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. *Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.*

*Преобразование выражений, содержащих знак модуля.*

### **Квадратные корни**

Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, *внесение множителя под знак корня.*

## **Уравнения и неравенства**

### **Равенства**

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

### **Уравнения**

Понятие уравнения и корня уравнения. *Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).*

### **Линейное уравнение и его корни**

Решение линейных уравнений. *Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.*

### **Квадратное уравнение и его корни**

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. *Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета.* Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, *графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета.* Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.

### **Дробно-рациональные уравнения**

Решение простейших дробно-линейных уравнений. *Решение дробно-рациональных уравнений.*

*Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.*

*Простейшие иррациональные уравнения вида  $\sqrt{f(x)} = a$ ,  $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ .*

*Уравнения вида  $x^n = a$ . Уравнения в целых числах.*

### **Системы уравнений**

Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. *Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.*

Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: *графический метод, метод сложения, метод подстановки.*

*Системы линейных уравнений с параметром.*

### **Неравенства**

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. *Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).*

Решение линейных неравенств.

*Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.*

*Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.*

### **Системы неравенств**

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, *квадратных*. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

### **Функции**

#### **Понятие функции**

Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, *четность/нечетность*, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по ее графику.

*Представление об асимптотах.*

*Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.*

#### **Линейная функция**

Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от ее углового коэффициента и свободного члена. *Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.*

#### **Квадратичная функция**

Свойства и график квадратичной функции (парабола). *Построение графика квадратичной функции по точкам.* Нахождение нулей квадратичной функции, множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.

#### **Обратная пропорциональность**

Свойства функции  $y = \frac{k}{x}$   $y = \frac{k}{x}$ . Гипербола.

*Графики функций. Преобразование графика функции  $y = f(x)$  для построения графиков функций вида  $y = af(kx + b) + c$ .*



*Графики функций*  $y = a + \frac{k}{x+b}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = |x|$ .

### **Последовательности и прогрессии**

Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и ее свойства. Геометрическая прогрессия. *Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия.*

### **Решение текстовых задач**

#### **Задачи на все арифметические действия**

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

#### **Задачи на движение, работу и покупки**

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объемов выполняемых работ при совместной работе.

#### **Задачи на части, доли, проценты**

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

#### **Логические задачи**

Решение логических задач. *Решение логических задач с помощью графов, таблиц.*

**Основные методы решения текстовых задач:** арифметический, алгебраический, перебор вариантов. *Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).*

### **Статистика и теория вероятностей**

#### **Статистика**

Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, графики, применение диаграмм и графиков для описания зависимостей реальных величин, извлечение информации из таблиц, диаграмм и графиков. Описательные статистические показатели числовых наборов: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение.

Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. *Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.*

#### **Случайные события**

Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и

благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. *Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Представление эксперимента в виде дерева. Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Последовательные независимые испытания.* Представление о независимых событиях в жизни.

### **Элементы комбинаторики**

*Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Опыты с большим числом равновероятных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.*

### **Случайные величины**

*Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.*

## **Геометрия**

### **Геометрические фигуры**

#### **Фигуры в геометрии и в окружающем мире**

Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура».

Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и ее свойства, виды углов, многоугольники, круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

#### **Многоугольники**

Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. *Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники.*

Треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник.

Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.

Четырехугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.

### **Окружность, круг**

Окружность, круг, их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырехугольников, правильных многоугольников.

### **Геометрические фигуры в пространстве (объемные тела)**

Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамиде, параллелепипеде, призме, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.

### **Отношения**

#### **Равенство фигур**

Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.

#### **Параллельность прямых**

Признаки и свойства параллельных прямых. *Аксиома параллельности Евклида. Теорема Фалеса.*

#### **Перпендикулярные прямые**

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. *Свойства и признаки перпендикулярности.*

#### **Подобие**

*Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия.*

**Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.**

### **Измерения и вычисления**

#### **Величины**

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла.

Понятие о площади плоской фигуры и ее свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объеме и его свойствах. Измерение объема. Единицы измерения объемов.

### **Измерения и вычисления**

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике *Тригонометрические функции тупого угла*. Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, формулы длины окружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. *Теорема синусов*. *Теорема косинусов*.

### **Расстояния**

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. *Расстояние между фигурами*.

### **Геометрические построения**

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. *Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному,*

*Построение треугольников по трем сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам.*

*Деление отрезка в данном отношении.*

### **Геометрические преобразования**

#### **Преобразования**

Понятие преобразования. Представление о метапредметном понятии «преобразование». *Подобие*.

#### **Движения**

Осевая и центральная симметрия, поворот и параллельный перенос. *Комбинации движений на плоскости и их свойства*.

### **Векторы и координаты на плоскости**

#### **Векторы**

Понятие вектора, действия над векторами, использование векторов в физике, *разложение вектора на составляющие, скалярное произведение*.

#### **Координаты**

Основные понятия, *координаты вектора, расстояние между точками*. *Координаты середины отрезка. Уравнения фигур*.

*Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач*.

### **История математики**

*Возникновение математики как науки, этапы ее развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.*

*Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора*

*Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырех. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э. Галуа.*

*Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных систем координат.*

*Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.*

*Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.*

*От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа  $\pi$ . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.*

*Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.*

*Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.*

*Роль российских ученых в развитии математики: Л. Эйлер. Н.И. Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н. Колмогоров.*

*Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н. Крылов. Космическая программа и М.В. Келдыш.*

## **Геометрия**

### **Геометрические фигуры**

#### **Фигуры в геометрии и в окружающем мире**

Геометрическая фигура. Внутренняя, внешняя области фигуры, граница. Линии и области на плоскости. Выпуклая и невыпуклая фигуры. Плоская и неплоская фигуры.

Выделение свойств объектов. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и ее свойства, виды углов, многоугольники, окружность и круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

### **Многоугольники**

Многоугольник, его элементы и его свойства. Правильные многоугольники. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника.

Треугольник. Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник, свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Медианы, биссектрисы, высоты треугольников. Замечательные точки в треугольнике. Неравенство треугольника.

Четырехугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата. Теорема Вариньона.

### **Окружность, круг**

Их элементы и свойства. Хорды и секущие, их свойства. Касательные и их свойства. Центральные и вписанные углы. Вписанные и описанные окружности для треугольников. Вписанные и описанные окружности для четырехугольников. Внеписанные окружности. Радикальная ось.

### **Фигуры в пространстве (объемные тела)**

Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамидах, параллелепипедах, призмах, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.

### **Отношения**

#### **Равенство фигур**

Свойства и признаки равенства треугольников. Дополнительные признаки равенства треугольников. Признаки равенства параллелограммов.

#### **Параллельность прямых**

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Первичные представления о неевклидовых геометриях. Теорема Фалеса.

#### **Перпендикулярные прямые**

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности прямых. Наклонные, проекции, их свойства.

### **Подобие**

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур.

**Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.**

**Измерения и вычисления**

**Величины**

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины.

Величина угла. Градусная мера угла. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

Понятие о площади плоской фигуры и ее свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объеме пространственной фигуры и его свойствах. Измерение объема. Единицы измерения объемов.

**Измерения и вычисления**

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей, вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площади. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формула Герона, формула площади выпуклого четырехугольника, формулы длины окружности и площади круга. Площадь кругового сектора, кругового сегмента. Площадь правильного многоугольника.

Теорема Пифагора. Пифагоровы тройки. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции тупого угла.

Теорема косинусов. Теорема синусов.

Решение треугольников. Вычисление углов. Вычисление высоты, медианы и биссектрисы треугольника. Ортоцентр. Теорема Птолемея. Теорема Менелая. Теорема Чевы.

**Расстояния**

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.

Равновеликие и равносторонние фигуры.

Свойства (аксиомы) длины отрезка, величины угла, площади и объема фигуры.

**Геометрические построения**

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений. Циркуль, линейка.

Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному.

Построение треугольников по трем сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам, *по другим элементам*.

Деление отрезка в данном отношении.

Основные методы решения задач на построение (метод геометрических мест точек, метод параллельного переноса, метод симметрии, метод подобия).

Этапы решения задач на построение.

### **Геометрические преобразования**

#### **Преобразования**

Представление о межпредметном понятии «преобразование». Преобразования в математике (в арифметике, алгебре, геометрические преобразования).

#### **Движения**

Осевая и центральная симметрии, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

#### **Подобие как преобразование**

Гомотетия. Геометрические преобразования как средство доказательства утверждений и решения задач.

### **Векторы и координаты на плоскости**

#### **Векторы**

Понятие вектора, действия над векторами, коллинеарные векторы, векторный базис, разложение вектора по базисным векторам. Единственность разложения векторов по базису, скалярное произведение и его свойства, использование векторов в физике.

#### **Координаты**

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.

Применение векторов и координат для решения геометрических задач.

Аффинная система координат. Радиус-векторы точек. Центроид системы точек.

### **История математики**

*Возникновение математики как науки, этапы ее развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.*

*Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора*

*Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырех. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.*



*Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных координат.*

*Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.*

*Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б. Паскаль, Я. Бернулли, А.Н. Колмогоров.*

*От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа  $\pi$ . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л. Эйлер, Н.И. Лобачевский. История пятого постулата.*

*Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.*

*Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.*

*Роль российских ученых в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И. Лобачевский, П.Л. Чебышев, С. Ковалевская, А.Н. Колмогоров.*

*Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н. Крылов. Космическая программа и М.В. Келдыш.*